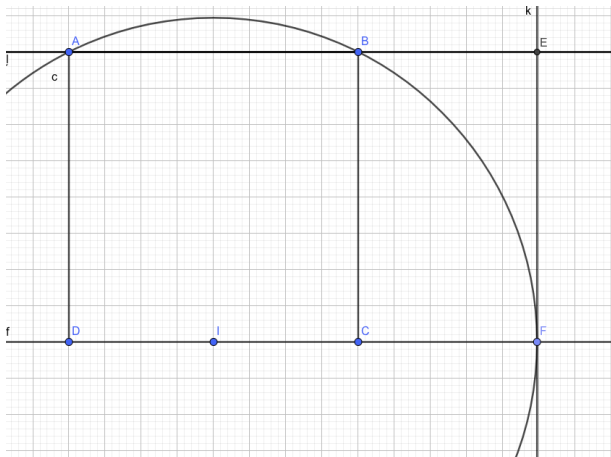
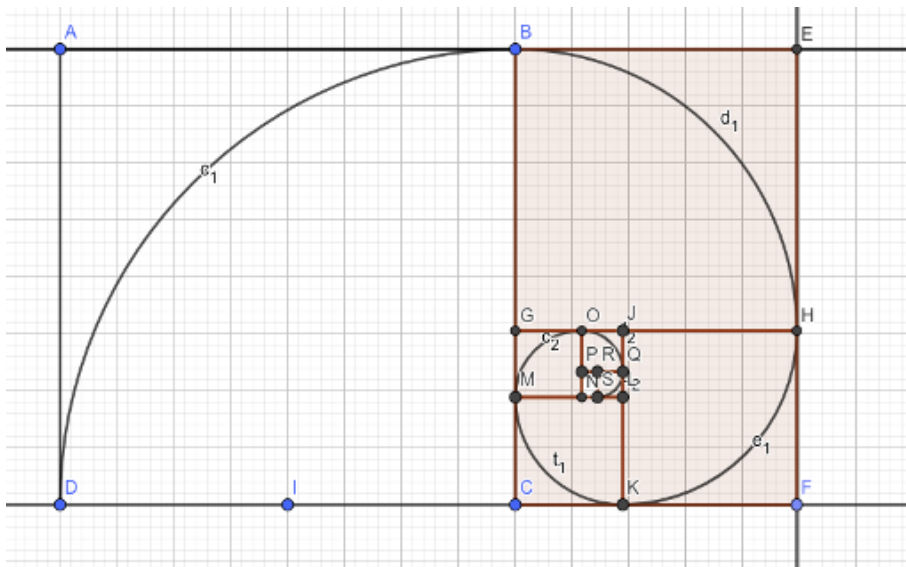


9. DU RECTANGLE D'OR A LA SPIRALE D'OR.



a) Construction :

On a déjà vu (page 3) comment construire un rectangle d'or. Rappelons brièvement le procédé : On commence d'abord par construire un carré ABCD. Placer le point I milieu de $[CD]$. Tracer l'arc de cercle de centre I passant par B : il coupe la demi droite $[DC)$ en un point F. La droite perpendiculaire à (CD) en F coupe (AB) en E. **Alors AEFD est un rectangle d'or.** (Justification, voir en page 3).



A présent, on part du carré ABCD et du rectangle d'or précédent AEFD.

Si on enlève un carré à un rectangle d'or, on sait qu'on obtient encore un rectangle d'or.

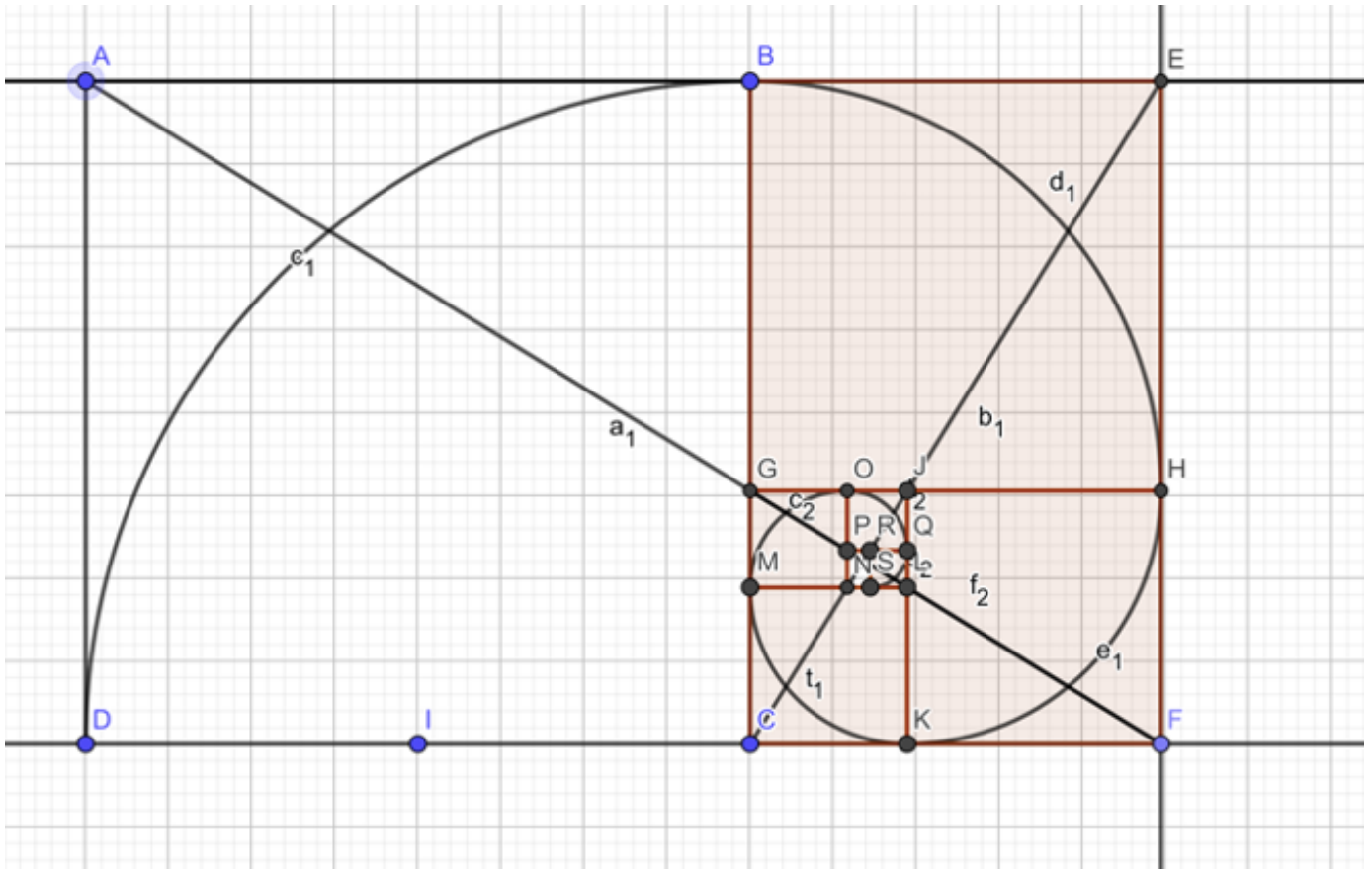
Considérons BCFE : c'est aussi un rectangle d'or (on a enlevé un carré au précédent).

Traçons le carré EBGH : de même, CFHG est de nouveau un rectangle d'or.
 Traçons le carré FHJK : de même, GCKJ est de nouveau un rectangle d'or.
 Traçons le carré CKLM : de même, JGML est de nouveau un rectangle d'or.
 Traçons le carré GMNO : de même, LJON est de nouveau un rectangle d'or.
 Et on peut continuer de la sorte...tant que cela reste visible....

A présent, traçons l'arc de cercle de centre C délimité par D et B.

Puis traçons l'arc de cercle de centre G délimité par H et B. Puis l'arc de cercle de centre J délimité par K et H, puis l'arc de cercle de centre L délimité par M et K, puis l'arc de cercle de centre N délimité par O et M, et continuons de la sorte....

La réunion de ces arcs de cercle est appelée une « **spirale d'or** ». On utilise aussi le terme de « **spirale logarithmique** », parfois de « **spirale exponentielle** ». En réalité, c'est une « fausse spirale », car constituée d'arcs de cercle au lieu d'avoir une variation continue du rayon. Néanmoins **les raccordements de ces arcs de cercle sont parfaits, deux arcs consécutifs ayant une tangente commune.** Ces tangentes sont en effet horizontales ou verticales.



On observe que la spirale d'or tend rapidement vers un point fixe U, appelé le **centre de la spirale d'or**. Ce centre est aussi appelé « **l'œil de Dieu** ».

Celui-ci est le point d'intersection de la diagonale [AF] du 1^{er} rectangle d'or ABFE et de la diagonale [CE] du 2^{ème} rectangle d'or EDCF. En ce point convergent tous les rectangles d'or plus petits, et qui ont tous une diagonale qui se trouve sur (AF) ou (CE).

On peut aussi envisager de partir d'un carré de côté 1, construire un rectangle d'or de côtés 1 et φ , puis un carré de côté φ , et un rectangle de côtés φ et φ^2 , puis un carré de côté φ^2et des arcs de cercle dans chaque carré, de rayons avec des longueurs en progression géométrique de raison le nombre d'or φ ...

b) Présence de la spirale d'or :

1° La spirale d'or tracée comme ci-dessus sur le pavage d'un rectangle d'or en sous-rectangles d'or emboîtés **est utilisée par certains peintres pour répartir de façon harmonieuse les différents éléments de leurs œuvres.**

Ainsi, par exemple, Léonard de Vinci a pu penser ses œuvres sous l'influence du nombre d'or, et le peintre **Salvador Dali** et sa **Demi-tasse géante**, volante, avec appendice de cinq mètres de long calque son œuvre sur une parfaite spirale d'or. Par ailleurs la spirale d'or fut souvent utilisée par l'homme, notamment dans les constructions architecturales, comme certains clochers, jardins, paysages ou allées de château, dans lesquels la forme en ouverture donne à l'édifice une certaine dimension d'infini.

2° Le nombre d'or se retrouve aussi dans la nature à travers la spirale d'or.

Elle se retrouve notamment dans le développement de certaines **coquilles de mollusques**. L'enroulement régulier d'une ammonite se fait très souvent suivant une spirale d'or, comme par exemple le *dolium galea*, l'*haliotis*, et de nombreux coquillages qui sont formés ainsi. Les « **yeux** » du **paon** sont aussi disposés selon des spirales d'or.

De telles spirales (courbes délimitant des aires dans le plan, surfaces délimitant des solides dans l'espace) s'observent chez de nombreux êtres vivants : elles donnent leur forme aux **cornes** des bouquetins, des mouflons, des antilopes, aux **défenses** des éléphants (et celles, fossiles, des mammouths), aux **coquilles des gastéropodes** terrestres ou marins...

Dès le début de leur croissance, ces cornes, défenses ou coquilles sont contraintes par leurs parties rigides déjà formées, qui ne peuvent plus être modifiées.



La croissance ne peut se continuer à l'identique qu'en adoptant une forme de cône droit ou de spirale exponentielle enroulée à plat (nautilus, ammonites fossiles) ou en hélice conique plus ou moins aplatie ou allongée.

Le corps mou d'un gastéropode, abrité par sa coquille, peut ainsi grandir sans modification de ses proportions initiales.

Ci-dessus, un **escargot** photographié en juin 2023. On voit nettement une coquille en forme de spirale. Ainsi, dans la nature, de la marguerite et du tournesol à la coquille d'escargot, on retrouve très souvent des motifs basés sur la suite de Fibonacci et le nombre d'or.

Chez des végétaux, de telles spirales s'observent sur les jeunes frondes de fougères en début de croissance, mais aussi sur les capitules des Astéracées, les structures fractales du chou romanesco, les ombelles des carottes, les cônes des conifères, certaines plantes des déserts, ...

Ces spirales s'observent aussi dans des ***phénomènes naturels de grande dimension*** : enroulement des nuages dans les cyclones, bras des galaxies spirales.