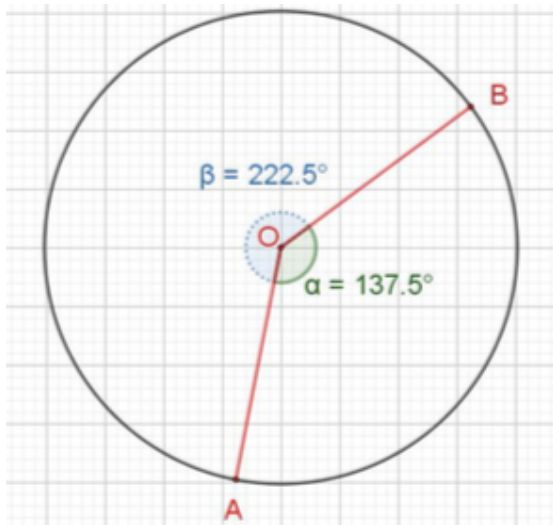


6. L'ANGLE D'OR.

a) Définition :

Dans un cercle, l'angle d'or est un angle au centre qui intercepte le plus petit des deux arcs qui partagent la circonférence en extrême et moyenne raison (suivant la divine proportion) :



$$\frac{\text{périmètre du cercle}}{\text{arc intercepté par } \beta} = \frac{\text{arc intercepté par } \beta}{\text{arc intercepté par } \alpha}$$

En prenant comme unité le rayon du cercle, les mesures en radians des angles α et β doivent vérifier : $\alpha + \beta = 2\pi$ (1), et $\frac{2\pi}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha} = \varphi$ (2).

En résolvant ce système :

$$\alpha = \frac{2\pi}{\varphi^2} = \frac{360^\circ}{\varphi^2} \text{ et } \beta = \frac{2\pi}{\varphi} = \frac{360^\circ}{\varphi}$$

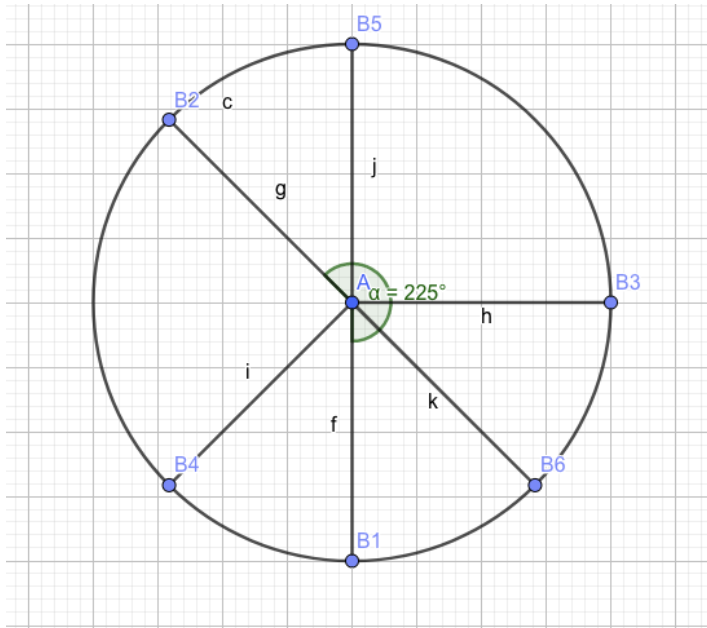
Une mesure approchée de α est $137,5^\circ$

Une mesure approchée de β est $222,5^\circ$

b) Présence de l'angle d'or :

Toute feuille, toute plante, se présente d'abord sous la forme d'un petit bourgeon. **Les bourgeons qui apparaissent sur la tige recherchent, pour leur besoin vital, le maximum d'ensoleillement.** Ainsi, chaque bourgeon va s'éloigner le plus possible du précédent pour avoir le maximum d'espace et de lumière.

Les botanistes disent que l'angle qui répond à cette nécessité vitale est l'angle $\beta = \frac{360^\circ}{\varphi}$ mesurant environ $222,5^\circ$ dans un sens, ou α mesurant environ



137,5° dans le sens inverse. Ainsi chaque bourgeon est tourné de 137,5° par rapport au précédent.

Si on considère la plante vue du dessus représentée par un disque de centre A, et ses 6 premiers bourgeons successifs B1, B2...B6, alors
 $\widehat{B1AB2} = \widehat{B2AB3} = \widehat{B3AB4} = \dots = \widehat{B5AB6} = \beta = 137,5^\circ$

Par rapport à (AB1) cela donne des angles successifs :
 - de 137,5° (= 360° - 222,5°) ;

Puis 85° (= 222,5° - 137,5°) ; - puis 52,5° et de 32,5° pour le 6^{ème} bourgeon.

Le 6^{ème} bourgeon n'est donc en décalage que de 32,5° par rapport au premier : il se retrouve donc légèrement dans l'ombre du premier et a donc un peu moins accès au soleil et à la lumière que les autres bourgeons, ce qui fait qu'il a très peu de chances de se développer.

C'est peut-être pour cette raison que beaucoup de plantes ne vont pas au-delà de cinq bourgeons. Ainsi **le principe vital de l'ensoleillement autolimitera le nombre de bourgeons**. Ci-dessous, deux de mes photos prises en 2019.



Par ailleurs, de nombreuses plantes ont des **feuilles alternes** (chaque nœud de la tige ne porte qu'une seule feuille) et **disposées en spirale** (plus précisément en hélice) autour de la tige.

En général les angles de divergence sont proches de l'angle d'or et leur moyenne en est encore plus proche.

Il est également remarquable de constater que sur certains arbres ou arbustes, **l'écart angulaire entre les branches successives** est mesuré autour de l'angle $\beta = \frac{360^\circ}{\varphi}$ mesurant environ $222,5^\circ$, donc aussi l'angle $\alpha = 137,5^\circ$ dans l'autre sens.

Ceci ne se vérifie pas forcément sur une seule mesure, mais plutôt en moyenne sur un grand nombre de mesures. Ci-dessous deux de mes photos prises en 2022.

