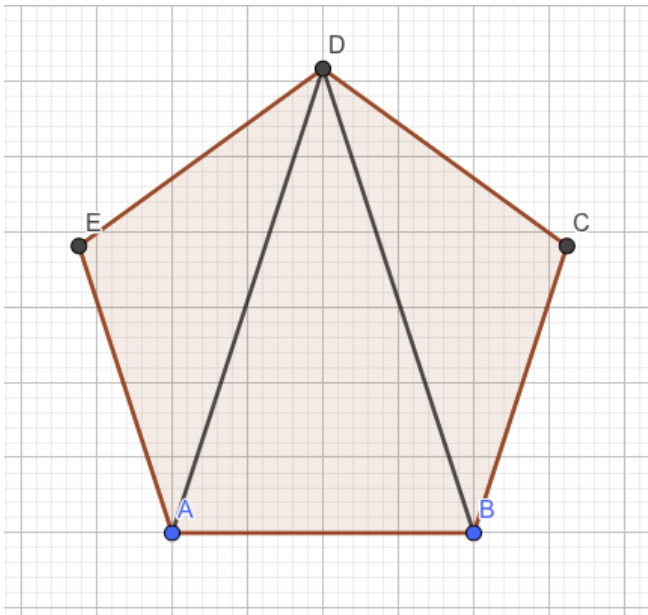


12. TRIANGLES D'OR.

a) Définition.

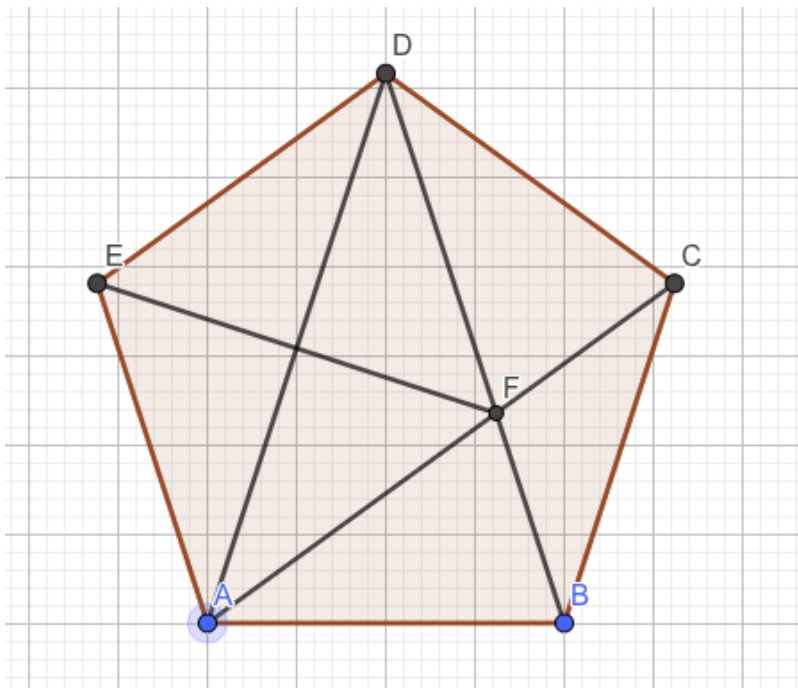


A partir d'un pentagone régulier ABCDE, on peut observer 2 sortes de **triangles d'or** :

- Les 5 triangles isométriques au triangle ABD sont des « **triangles sublimes** », ou « **triangles d'Euclide** ». Ils ont isocèles avec 2 angles de 72° et un angle de 36° .
- Les 5 triangles isométriques au triangle BCD sont des « **triangles divins** ». Ils sont isocèles avec 2 angles de 36° et un de 108° .

Dans tous ces triangles d'or le **rapport des côtés distincts est le nombre d'or φ** .

En effet c'est le rapport $\frac{\text{diagonale}}{\text{côté}} = \varphi$ dans un pentagone régulier.



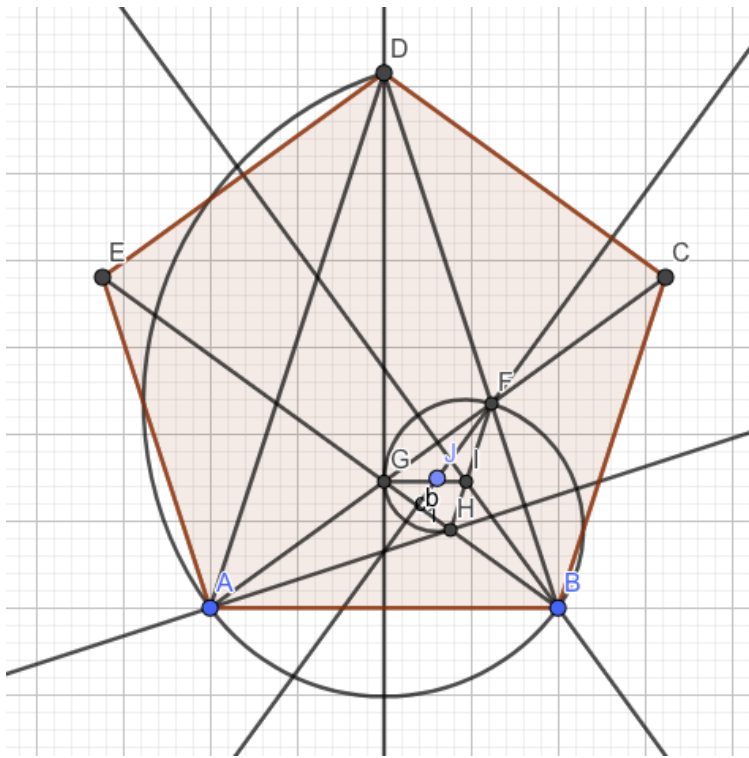
La diagonale $[AC]$ est bissectrice de $\widehat{BAD}$. Elle coupe $[BD]$ en un point F tel que AEDF est un losange (donc F est aussi sur la médiatrice de $[AD]$) et tel que $\frac{DF}{DB} = \varphi$, d'après les propriétés du pentagone régulier.

Donc : le triangle ABF est un triangle d'Euclide et le triangle BCF est un triangle divin.

On peut construire ainsi une suite de triangles d'Euclide plus petits et une suite de triangles divins plus petits.

b) Spirale avec les triangles d'Euclide.

On part du triangle d'Euclide ABD et on considère le point F précédent, situé sur $[BD]$, sur la bissectrice (BE) de $\widehat{ABD}$ et sur la médiatrice de $[AD]$. On trace l'arc de cercle de centre F délimité par D et A.



On considère ensuite le triangle d'Euclide ABF. Là aussi on construit le point G sur [AF] et sur la médiatrice de [AB], et (BG) =(BE) est bissectrice de $\widehat{ABF}$. On trace l'arc de cercle de centre G délimité par A et B.

Puis on considère le triangle d'Euclide BFG. La médiatrice de [BF] coupe (BG) en H. On trace l'arc de cercle de centre H délimité par B et F.

Puis FGH est encore un triangle d'Euclide. La médiatrice de [FG] et (FH) se coupent en un point I. On trace l'arc de cercle de centre I délimité par F et G.

Le triangle GHI est aussi un triangle d'Euclide. La médiatrice de [GH] coupe (GI) en un point J. On trace l'arc de cercle de centre J délimité par G et H. Et on continue le processus tant que les nouveaux triangles d'Euclide qui apparaissent restent visibles....

La réunion des arcs de cercle obtenus est appelée **spirale des triangles d'or**. Là aussi, comme pour les rectangles d'or, c'est une « fausse spirale » car composée d'arcs de cercle, mais il y a une tangente commune aux points de raccordements.

Une **spirale d'or symétrique** peut aussi être réalisée en commençant par un arc de cercle délimité par B et D dont le centre est à l'intersection de [AD] et de la médiatrice de [BD]. Il est aussi sur la bissectrice (BE) de $\widehat{ABD}$. On continue de la même façon....

c) Présence du triangle d'or et de la spirale triangulaire.

La forme de la **vrille du petit pois** approcherait celle d'une spirale d'or triangulaire



L'artiste italien **Piero della Francesca** (1416 - 1492, à gauche) a réalisé en particulier un tableau intitulé « **Le Baptême du Christ** » (à droite) entre 1448 et 1450. Celui-ci semble utiliser le **triangle d'or** : le Christ semble encastré dans un triangle d'or et on y voit une colombe qui symbolise l'Esprit Saint à la pointe de ce triangle.

